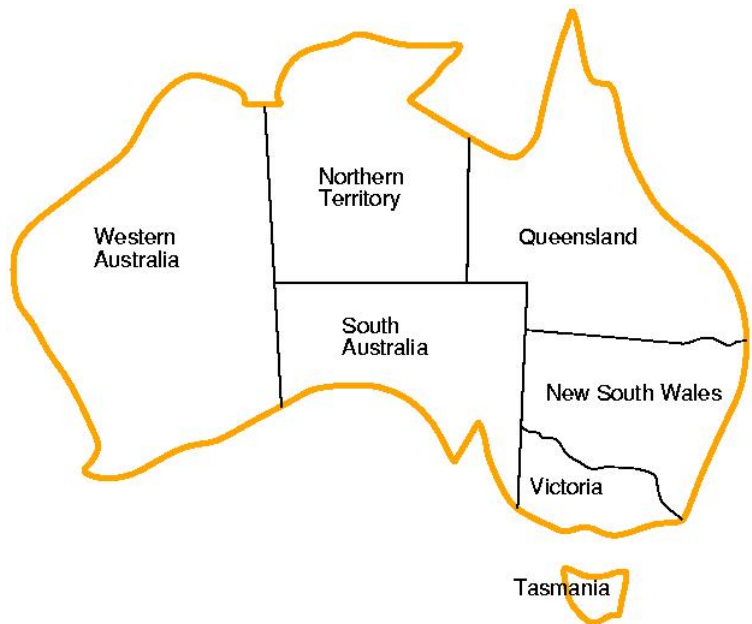


Έστω το πρόβλημα του χρωματισμού του χάρτη της Αυστραλίας με τα τρία χρώματα {κόκκινο, πράσινο, μπλε}, έτσι ώστε να μην υπάρχουν γειτονικές περιοχές με ίδιο χρώμα. Διατυπώστε το πρόβλημα ως πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών, δηλαδή ορίστε τις μεταβλητές του προβλήματος, τα πεδία τιμών τους και σχεδιάστε τον γράφο περιορισμών. Στη συνέχεια λύστε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας αλγόριθμους ελέγχου συνέπειας.

Υπόδειξη: Για γρηγορότερη επίλυση «υιοθετείστε» το ευριστικό μηχανισμό LCV (Least Constraint Variable), σύμφωνα με τον οποίο, κάθε φορά που χρειάζεται να αποδώσουμε τιμή σε μια μεταβλητή, επιλέγουμε αυτή που συμμετέχει σε περισσότερους περιορισμούς.

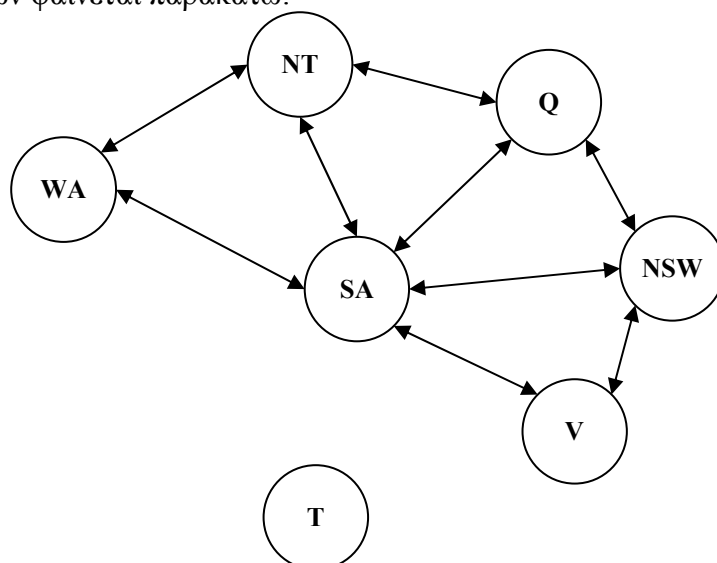


Απάντηση:

Χρειαζόμαστε 7 μεταβλητές, όπου κάθε μια αντιστοιχεί σε μια περιοχή της Αυστραλίας. Έστω WA, NT, SA, Q, NSW, V και T τα ονόματά τους, από τα αρχικά γράμματα των αντίστοιχων περιοχών. Όλες οι μεταβλητές έχουν το ίδιο πεδίο τιμών, δηλαδή τα τρία χρώματα {κόκκινο, πράσινο, μπλε}. Οι περιορισμοί του προβλήματος είναι οι παρακάτω:

$WA \neq NT$	$NT \neq Q$	$SA \neq NSW$
$WA \neq SA$	$SA \neq Q$	$SA \neq V$
$NT \neq SA$	$Q \neq NSW$	$NSW \neq V$

Ο γράφος περιορισμών φαίνεται παρακάτω:



Από τους υπάρχοντες περιορισμούς δεν προκύπτει καμία μεταβολή στα αρχικά πεδία τιμών των μεταβλητών. Επιλέγουμε λοιπόν να αναθέσουμε τιμή στη μεταβλητή SA, η οποία συμμετέχει σε 5

περιορισμούς. Έστω $SA = \text{κόκκινο}$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα πεδία τιμών των υπολοίπων μεταβλητών να τροποποιηθούν λόγω των περιορισμών ως εξής:

$SA = \text{κόκκινο}$

$WA \in \{\text{πράσινο, μπλε}\}$

$NT \in \{\text{πράσινο, μπλε}\}$

$Q \in \{\text{πράσινο, μπλε}\}$

$NSW \in \{\text{πράσινο, μπλε}\}$

$V \in \{\text{πράσινο, μπλε}\}$

$T \in \{\text{κόκκινο, πράσινο, μπλε}\}$

Να σημειωθεί ότι η συρρίκνωση των πεδίων τιμών των μεταβλητών δεν είχε ως αποτέλεσμα την περαιτέρω συρρίκνωση των πεδίων τιμών άλλων μεταβλητών

Στη συνέχεια επιλέγουμε τη μεταβλητή NT , η οποία συμμετέχει σε τρεις περιορισμούς. Έστω $NT = \text{πράσινο}$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα πεδία των υπολοίπων μεταβλητών να τροποποιηθούν ως εξής:

$SA = \text{κόκκινο}$

$WA = \text{μπλε}$

$NT = \text{πράσινο}$

$Q = \text{μπλε}$

$NSW \in \{\text{πράσινο, μπλε}\}$

$V \in \{\text{πράσινο, μπλε}\}$

$T \in \{\text{κόκκινο, πράσινο, μπλε}\}$

Το γεγονός ότι η μεταβλητή WA πήρε επαγωγικά την τιμή «μπλε» δεν επηρεάζει καμία άλλη μεταβλητή. Ωστόσο, το γεγονός ότι η μεταβλητή Q πήρε επίσης την τιμή «μπλε» επηρεάζει τη μεταβλητή NSW , η οποία πλέον παίρνει την τιμή «πράσινο». Αυτό με τη σειρά του επηρεάζει τη μεταβλητή V , η οποία τελικά παίρνει την τιμή «μπλε». Άρα, τα νέα πεδία τιμών των μεταβλητών διαμορφώνονται ως εξής:

$SA = \text{κόκκινο}$

$WA = \text{μπλε}$

$NT = \text{πράσινο}$

$Q = \text{μπλε}$

$NSW = \text{πράσινο}$

$V = \text{μπλε}$

$T \in \{\text{κόκκινο, πράσινο, μπλε}\}$

Βλέπουμε ότι όλες οι μεταβλητές έχουν πάρει συγκεκριμένη τιμή, εκτός από τη μεταβλητή T . Με δεδομένο ότι η μεταβλητή T δεν συμμετέχει σε κανέναν περιορισμό, μπορούμε για τη μεταβλητή αυτή να επιλέξουμε τυχαία μια τιμή από το πεδίο τιμών της. Έτσι λοιπόν μια ανάθεση χρωμάτων στις διάφορες περιοχές της Αυστραλίας είναι η εξής:

$SA = \text{κόκκινο}$

$WA = \text{μπλε}$

$NT = \text{πράσινο}$

$Q = \text{μπλε}$

$NSW = \text{πράσινο}$

$V = \text{μπλε}$

$T = \text{κόκκινο}$

Φυσικά υπάρχουν και πολλές άλλες εναλλακτικές αναθέσεις χρωμάτων στις περιοχές. Το γεγονός ότι καταλήξαμε στη συγκεκριμένη ανάθεση έχει να κάνει με τις «αποφάσεις» που πήραμε όταν αυθαίρετα επιλέξαμε χρώματα για τις περιοχές SA , NT και T .